

Probabilidad Clásica

Es la forma básica de calcular la probabilidad que ocurre un evento cuando todos los resultados posibles tienen la misma oportunidad de suceder.

$$\text{Fórmula: } P(A) = \frac{\text{Casos Favorables}}{\text{Casos Posibles.}}$$

Ejercicios:

En una caja que tiene 9 pelotitas marcadas del 1-9, se seleccionan 2 pelotitas al azar y se observan los números que aparecen. Calcula la probabilidad de que ...

a) Los números sean pares.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\frac{C_{4,2}}{C_{9,2}} = 0.16$$

b) Los números sean impares

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\frac{C_{5,2}}{C_{9,2}} = 0.27$$

En una bolsa hay 4 bolas negras y 6 bolas blancas. Si sacas una al azar ¿cuál es la probabilidad de que no sea negra?

$$\frac{6}{10} = 0.6$$

Dependientes: Cada Evento depende de uno anterior.

$$\text{Formula: } P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

Ejercicios:

En una urna hay 6 bolas rojas y 4 azules. Se sacan 3 bolas una tras otra sin reponerlas, ¿Cuál es la probabilidad de que los tres sean rojas?

$$\left(\frac{6}{10}\right) \left(\frac{5}{9}\right) \left(\frac{4}{8}\right) = \frac{1}{6}$$

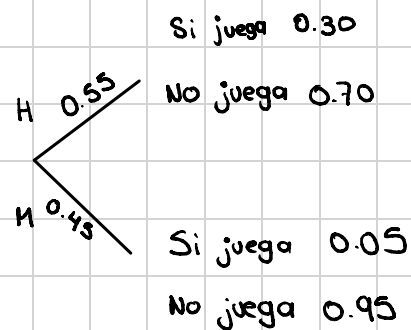
Si se extraen 3 bolas al mismo tiempo ¿Cuál es la probabilidad de que sean azules?

$$\frac{C_{4,3}}{C_{10,3}} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$$

En una escuela se tiene que el 30% de los hombres y 5% de las mujeres juegan fútbol. Los hombres constituyen el 55% de la población estudiantil, si se selecciona un estudiante al azar ¿Cuál es la probabilidad de que ...?

a) Juegue fútbol

$$\begin{aligned} H \vee F &= 0.55(0.30) = 0.165 \\ H \vee F &= 0.45(0.05) = 0.0225 \\ \hline &0.1875 \end{aligned}$$



b) No juegue fútbol

$$\begin{aligned} H \times F &= 0.55(0.70) = 0.385 \\ H \times F &= 0.45(0.95) = 0.4275 \\ \hline &0.8125 \end{aligned}$$

Independientes: Cada evento no afecta al otro.

$$\text{Formula} = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejercicios.

En una urna hay 6 bolas rojas y 4 azules. Se sacan 3 bolas una tras otra reponiéndolas en cada ocasión. ¿Cuál es la probabilidad de que todas sean azules?

$$\left(\frac{4}{10}\right) \left(\frac{4}{10}\right) \left(\frac{4}{10}\right) = \frac{8}{125}$$

¿Cuál es la probabilidad de que al menos una sea roja?

1 - casos que no me interesan

$$1 - \frac{8}{125} = \frac{117}{125}$$

Un jugador de basketbol profesional encesta un tiro de 3 pts con una probabilidad del 80%, si lanza 2 tiros desde esta zona de 3 pts. ¿Cuál es la probabilidad de que...?

a) Que enceste los 2 tiros

$$P(A \cap B) = (0.8)(0.8) = 0.64$$

b) Que falle los 2 tiros

$$P(A \cap B) = (0.20)(0.20) = 0.04$$

Condicional: Estoy seguro de que algo ya pasó

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Evento que quiero → $P(A|B)$
Evento que ya ocurrió → $P(B)$
Dado que → $P(A|B)$
Ambos eventos simultáneos → $P(A \cap B)$

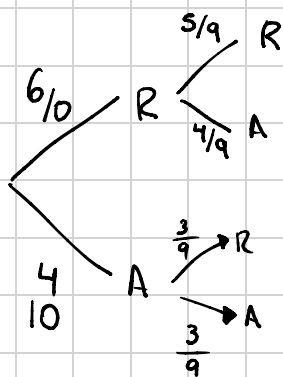
Hay una con 6 bolas rojas y 4 azules. Se extraen

¿Cuál es la probabilidad de que la segunda sea roja si primera fue roja también?

B = 1era roja

A = 2da Roja

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\left(\frac{6}{10}\right)\left(\frac{5}{9}\right)}{\left(\frac{6}{10}\right)} = \frac{5}{9}$$



En el Departamento de Ciencias hay 12 maestros y 18 maestras. De los maestros 6 enseñan física y de los maestros 6 lo hacen. Se seleccionan 3 docentes al azar, determina la probabilidad de que:

a) Enseñan física

$$\frac{C_{12,3}}{C_{30,3}} = 0.054$$

b) Sea maestras

$$\frac{C_{18,3}}{C_{30,3}} = 0.20$$

c) Sean Maestras que enseñen Física.

$$\frac{C_{6,3}}{C_{30,3}} = 4.92 \times 10^{-3}$$

D) Si enseñan Física, sean todas maestras.

B) Enseñen Física $C_{12,3} / C_{30,3}$

A) Sean Maestras $C_{6,3} / C_{12,5}$

$$\frac{C_{6,3}}{C_{12,3}} =$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\left(\frac{C_{6,3}}{C_{12,5}} \right) \left(\frac{C_{12,3}}{C_{30,3}} \right)}{\left(\frac{C_{12,3}}{C_{30,3}} \right)} = \frac{1}{11}$$

En la pecera de un acuario hay 10 peces beta, 6 guppys y 8 peces payaso. Un niño decide comprar cuatro peces, simultáneamente. Si resultan ser todos de la misma especie, halla la probabilidad de que No sean peces payaso.

$$\frac{C_{10,4}}{C_{24,4}} + \frac{C_{6,4}}{C_{24,4}} = 0.7627$$
$$\frac{C_{10,4}}{C_{24,4}} + \frac{C_{6,4}}{C_{24,4}} + \frac{8C_{4,4}}{C_{24,4}}$$

1. En una exhibición hay 25 bicicletas en venta, de las cuales 5 son de carreras, 9 de montaña, 4 de acrobacia y las restantes son estándar, si escogen 3 de ellas una tras otra sin reposición. Determina la probabilidad de que:

a) La primera sea de acrobacia, la segunda de carreras y la tercera de montaña.

$$\left(\frac{4}{25}\right)\left(\frac{5}{24}\right)\left(\frac{9}{23}\right) = 0.0130$$

b) La primera sea de acrobacia, la segunda y tercera de montaña.

$$\left(\frac{4}{25}\right)\left(\frac{9}{24}\right)\left(\frac{8}{23}\right) = 0.020$$

c) La primera y tercera sea estándar y la segunda de montaña.

$$\left(\frac{7}{25}\right)\left(\frac{9}{24}\right)\left(\frac{6}{23}\right) = 0.027$$

2. El maestro de cálculo tiene dos grupos, en el primer grupo hay 45 alumnos de los cuales 28 aprobaron la asignatura. En el segundo grupo tiene 51 alumnos de los cuales 35 aprobaron la asignatura. La dirección solicita que se seleccione un alumno aleatoriamente de cada grupo para la aplicación de una prueba estandarizada. Determina la probabilidad de que:

a) Ambos hayan aprobado cálculo.

$$\left(\frac{28}{45}\right)\left(\frac{35}{51}\right) = 0.427$$

b) Uno este aprobado y el otro no $P = 0.454$

$$\left(\frac{28}{45}\right)\left(\frac{16}{51}\right) = 0.195 \quad \left(\frac{17}{45}\right)\left(\frac{35}{51}\right) = 0.2592$$

c) Al menos uno haya aprobado calculo

$$\left[\left(\frac{45}{45} \right) \left(\frac{51}{51} \right) \right] - \left[\left(\frac{17}{45} \right) \left(\frac{16}{51} \right) \right] = 0.881$$

d) Si resulta que el alumno reprobó la asigna. ¿Cuál será la probabilidad de que sea del 2º grupo?

$$B) \text{ Alumnos Reprobados } \frac{17}{45} + \frac{16}{51} =$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$A) \text{ Sean del segundo grupo. } \frac{16}{51}$$

1º grupo $\left\{ \begin{array}{l} \text{Aprobó } 28/45 \\ \text{No aprobó } 17/45 \end{array} \right.$
45

2º grupo $\left\{ \begin{array}{l} \text{Aprobó } 35/51 \\ \text{No aprobó } 16/51 \end{array} \right.$
51

$$P(A|B) = \left(\frac{16}{51} \right)$$

$$\frac{\left(\frac{16}{51} \right)}{P \left(\frac{17}{45} + \frac{16}{51} \right)} = 0.4536$$

Procesos Estocásticos.

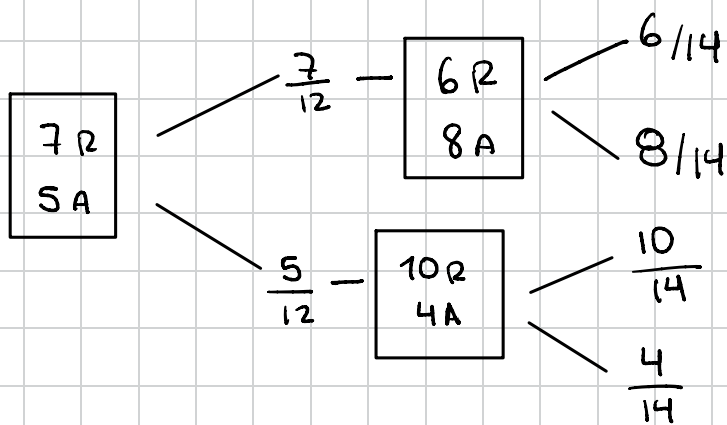
Proceso secuencial para el cálculo de probabilidad y de base generalmente en los diagramas de árbol para plantear, ilustrar y resolver problemas.

Ejemplo:

Una urna contiene 5 canicas azules y 7 rojas se selecciona 1 canica al azar y se descarta y se coloca 3 canicas del otro color. Calcula.

a) La probabilidad de que la segunda canica sea roja.

b) Ambas canicas sean del mismo color.



$$a) \binom{7}{12} \binom{6}{14} + \binom{5}{12} \binom{10}{14}$$
$$\frac{42}{168} + \frac{50}{168} = \frac{92}{168} = 0.54 \checkmark$$

$$b) \binom{7}{12} \binom{6}{14} + \binom{5}{12} \binom{4}{14} = 0.36 \checkmark$$

Se tiene 2 urnas, la urna A tiene 6 bolas rojas y 4 negras, La urna B tiene 4 rojas y 2 negras. Se lanza un dado corriente, si sale 1 o 2 se saca 1 bola de A y se pone en B si no cae en 1 o 2 se escoge una bola de B y se pone en A y se saca 1 de A Hallar la probabilidad de que

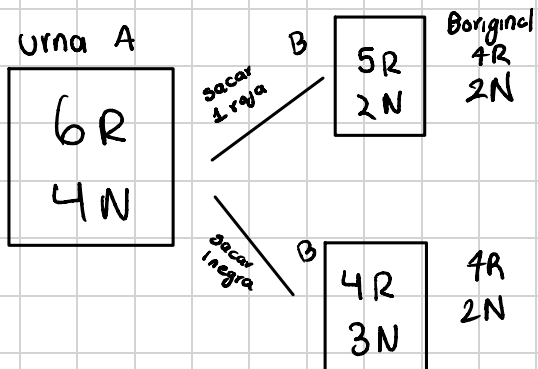
a) 1era sea roja y 2da negra.

b) Sean ambas del mismo color.

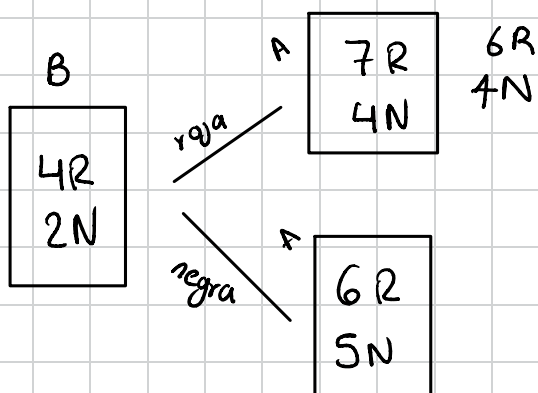
Se tiene 2 urnas, la urna A tiene 6 bolas rojas y 4 negras, La urna B tiene 4 rojas y 2 negras. Se lanza un dado corriente, si sale 1 o 2 se saca 1 bola de A y se pone en B si no cae en 1 o 2 se recoge una bola de B y se pone en A y se saca 1 de A. Hallar la probabilidad de que...

a) La primera sea roja y la segunda negra.

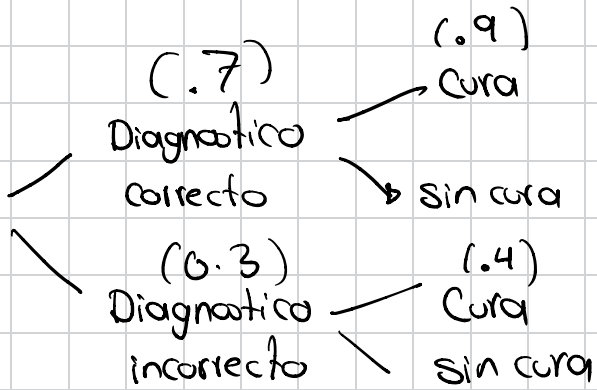
b) Sean ambas del mismo color color.



$$a) \left(\frac{2}{6}\right) \left(\frac{6}{10}\right) \left(\frac{2}{7}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{4}{6}\right) \left(\frac{4}{11}\right)$$



La probabilidad de que una rara enfermedad tropical se diagnostique correctamente es de 0.7, si esta se diagnostica correctamente en un paciente la probabilidad de curarse es de 0.9. Si la enfermedad no se diagnostica correctamente la probabilidad de curarse es de 0.4. Si un paciente que tiene dicha enfermedad se cura ¿cual es la probabilidad de que el diagnóstico fue correcto?

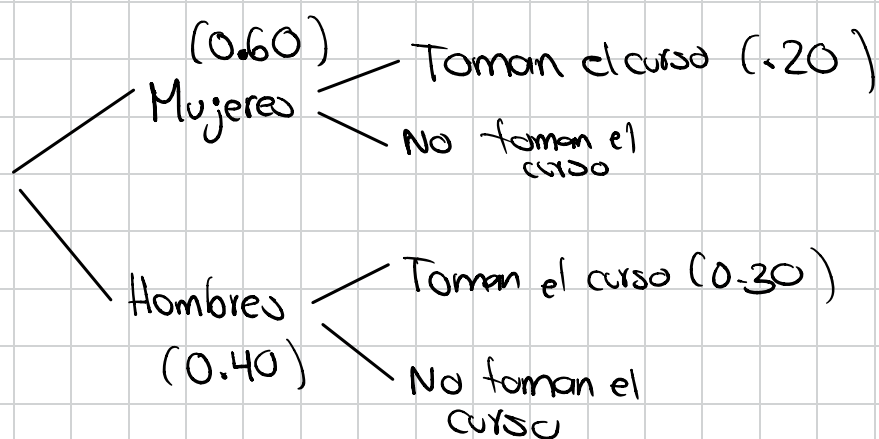


$$\begin{aligned}
 (0.7)(0.9) &= 0.63 \\
 + \\
 (0.3)(0.4) &= 0.12 \\
 \hline
 &0.75
 \end{aligned}$$

$$(0.7)(0.9) = 0.63$$

$$\begin{array}{r}
 P(A|B) \quad 0.63 \quad \text{probabilidad de A} \\
 \hline
 0.75 \quad \text{probabilidad de B} \\
 \hline
 = 0.84
 \end{array}$$

En una escuela el 40% de los alumnos son hombres y el 60% son mujeres. El 30% de los hombres y el 20% de las mujeres llevan un curso de probabilidad. Si un alumno fue seleccionado al azar y resulta que lleva el curso de probabilidad, ¿Cuál es el porcentaje de que el alumno seleccionado sea hombre?



$$(0.60)(0.20) = 0.12$$

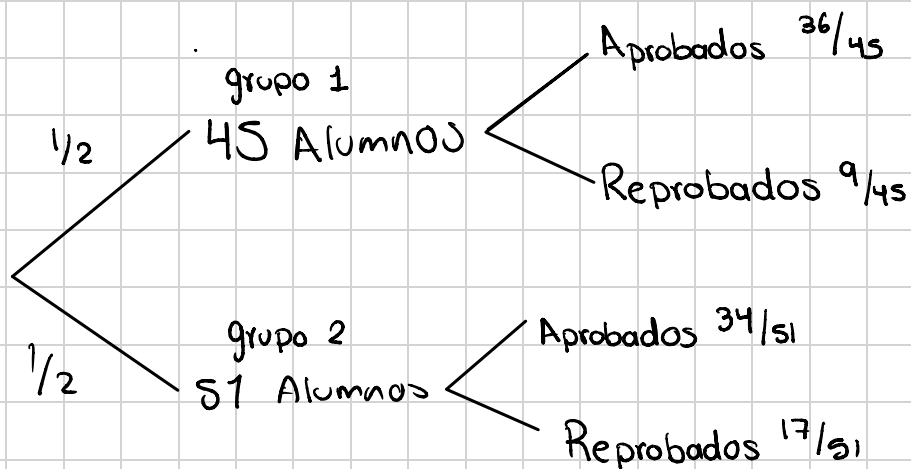
$$(0.40)(0.30) = 0.12$$

$$\hline 0.24$$

$$P(A|B) = \frac{0.12}{0.24} = 0.5$$

$$= 50\%$$

1. El maestro de inglés tiene dos grupos. En el primer grupo tiene 45 alumnos de los cuales 36 aprobados la asignatura y en el segundo tiene 51 alumnos de los cuales 34 aprobados el maestro debe enviar a un alumno a una competencia por lo cual elige al azar a un alumno que resulta que reprobó el curso. Determina la probabilidad de que el alumno sea del segundo grupo.



$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{9}{45}\right) \\ & + \\ & \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{17}{51}\right) = \frac{1}{6} \\ & = \\ & \frac{4}{15} \end{aligned}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{15}} = \frac{5}{8} = 0.625$$

Distribución Binomial

Se utiliza cuando tenemos eventos que solo tienen dos posibilidades: Ser exitosos o no exitosos y la probabilidad de que un evento sea exitoso no varía en cada ensayo.

$$P(X=k) = C_{n,k} (p)^k (q)^{n-k}$$

p = éxito

q = fracaso

X = N° de éxitos

n = N° de intentos

La probabilidad de que Michael Jordan enceste un tiro de 3 puntos es del 80%. Si en un partido realizó 15 tiros de 3 puntos, ¿cuál es la probabilidad de que haya enceestado 9 de ellos?

$$p = 0.80 \quad P(9) = C_{12,9} (0.80)^9 (0.20)^3$$

$n = 12$

$X = 9$

En una bolsa hay 6 fichas blancas y 4 fichas negra. Se elige una ficha al azar, se mira el color y se vuelve a colocar en la bolsa. Si este proceso se repite 5 veces ¿Cuál es la probabilidad de que en más de la mitad de las veces se haya obtenido una ficha negra?

$$\frac{6}{10}$$

$$\frac{4}{10}$$

5 veces

$$x \geq 3$$

$$P(X=k) = C_{n,k} (p)^k (q)^{n-k}$$

$$P(3) = C_{5,3} (4/10)^3 (6/10)^2 = 0.2304$$

$$P(4) = C_{5,4} (4/10)^4 (6/10)^1 = 0.0768$$

$$P(5) = C_{5,5} (4/10)^5 (6/10)^0 = 0.01024$$

$$P = 0.31744$$

En una empresa embotelladora de refrescos, el 7% de los envases resulta con defectos que no cumplen los estándares de calidad. Durante una auditoria, se seleccionan 8 envases al azar. Determina la probabilidad de que:

a) Cuando mucho 2 no pasen la auditoria.

b) Al menos uno pase la auditoria.

$$a) P(0) = C_{8,0} (0.07)^0 (0.93)^8 = 0.5595$$

$$P(1) = C_{8,1} (0.07)^1 (0.93)^7 = 0.3369$$

$$P(2) = C_{8,2} (0.07)^2 (0.93)^6 = 0.08876$$

$$0.98516$$

$$B) P(0) = C_{8,0} (0.93)^0 (0.07)^8$$

$$1 - 5.76 \times 10^{-10}$$

$$P = 0.99$$

Si se considera que cierto defecto congénito lo tienen el 2% de los recién nacidos. en un Clínica X nacen 10 niños en un día determinado calcula probabilidad de

- a) que ninguno tenga el defecto
 b) No más de uno tenga el defecto

a)

$$p = 0.02$$

$$q = 0.98$$

$$x = 0$$

$$n = 10$$

$$p(x=0) = C_{10,0} (0.02)^0 (0.98)^{10} = 0.817$$

$$b = p(x=1) = C_{10,1} (0.02)^1 (0.98)^9 = 0.166$$

Una Compañía Comercializadora de materias primas sabe de acuerdo a sus registros que el 35% de sus facturas son pagadas después de la fecha de vencimiento. Si en una semana se elaboraron 9 facturas. Calcula la probabilidad de que...

- a) Ninguna se pague con retraso

$$p(x=0) = C_{9,0} (0.35)^0 (0.65)^9 = 0.020711$$

- b) Al menos 6 se paguen con retraso

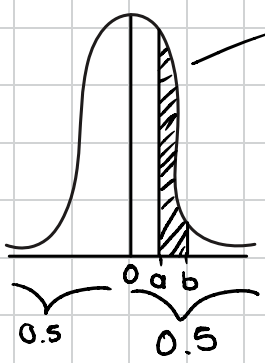
$$p(x=6) = C_{9,6} (0.35)^6 (0.65)^3 = 0.0424$$

$$p(x=7) = C_{9,7} (0.35)^7 (0.65)^2 =$$

$$p(x=8) = C_{9,8} (0.35)^8 (0.65)^1 =$$

$$p(x=9) = C_{9,9} (0.35)^9 (0.65)^0 =$$

Distribución Normal



Campana de Gauss
 $z = \frac{x - M}{\sigma}$

z = unidades estandar

x = dato

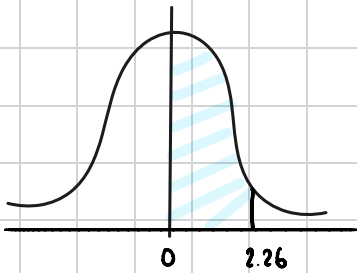
M = Media

σ = D.E

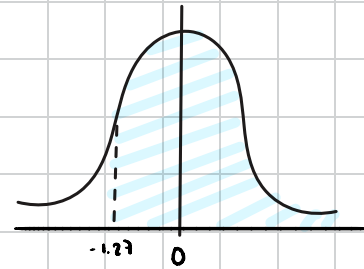
es simétrica

miemo lado se restan

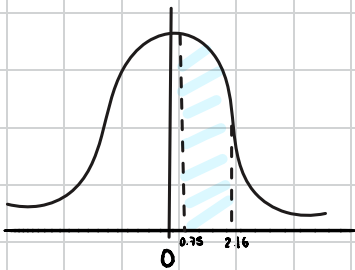
1. $P(0 < z < 2.26) = 0.4881$



4. $P(z > -1.27)$



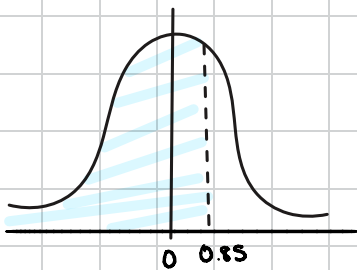
2. $P(0.75 < z < 2.16)$



$0.3980 + 0.5 = 0.898$

$0.4846 - 0.2732 = 0.2114$

3. $P(z < 0.85)$



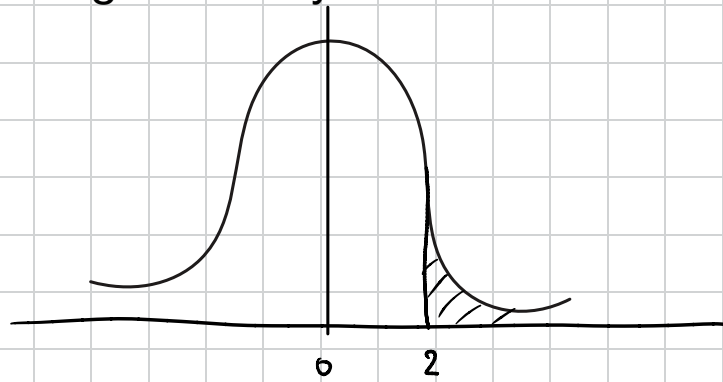
$0.5 + 0.3023 = 0.8023$

Una máquina despachadora de refrescos está ajustada para servir un promedio de 200 ml por vaso. Si la cantidad de refrescos es normalmente distribuida con una desviación estándar de igual a 15 ml ¿cuántos vasos probablemente se derramarán si se utilizan vasos de 230 ml? En el siguiente hay mil cien frescos debidos

$$z = \frac{230 - 200}{15}$$

$$z = 2$$

$$z = 0.4772$$



$$0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

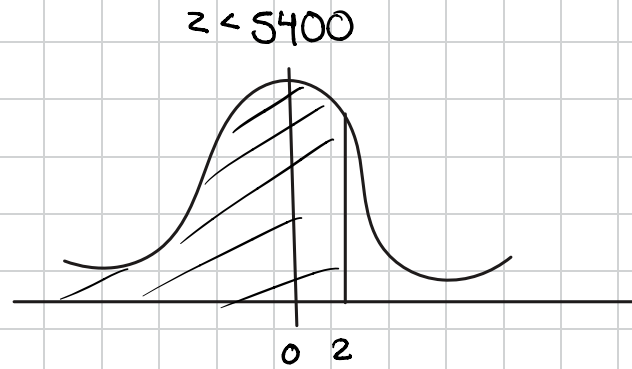
R. 25 Vasos

2. El tiempo necesario para que un estudiante resuelva un examen de matemáticas se puede distribuir normalmente con una media de una hora diez minutos y una d.e de 10 minutos; de una población de mil doscientos estudiantes, cuántos de ellos terminarán de resolver el exámen en menos de 5400 segundos ?

$$z = \frac{5400 - 4200}{600}$$

$$z = 2 \quad 0.4772$$

$$P = 1,172 \text{ Alumnos.}$$



$$0.5 + 0.4772 = 0.9772$$

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

ÁREA BAJO LA CURVA ENTRE $\mu = 0$ Y z

Área de
0 a z

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0369
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0764
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2258	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2518	0.2549
0.7	0.2580	0.2612	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2996	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4496	0.4496	0.4496	0.4496	0.4496	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000