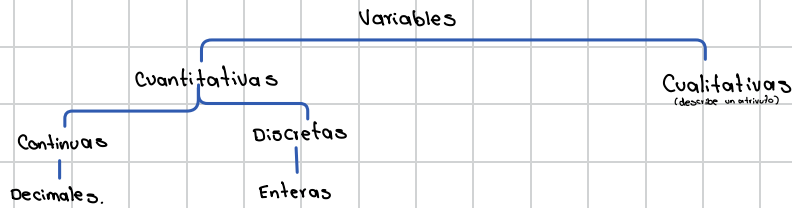


# Las matemáticas en la toma de decisiones



# Introducción a la Estadística



## • Tabla de distribución

Datos	F.Abs <i>→ Frecuencia por dato</i>	F. Ac.	Fr <i>→ <math>\frac{F.abs}{total\ fobs}</math></i>	Fr % <i>→ <math>Fr \times 100</math></i>	F.d <i>→ Datos F.abs</i>

### Formulas:

$$\text{Media } (\bar{x}) = \frac{\sum FD}{\sum F}$$

$$\text{Mediana } (\tilde{x}) = \frac{\sum F}{2} \text{ o } \frac{\sum F + 1}{2}$$

$$\text{Moda } (\hat{x}) = \text{El dato que mas se repite}$$

### Medidas de dispersión:

$$\text{Desviación media} = \frac{\sum F |x - \bar{x}|}{\sum F}$$

$$\text{Varianza } \sigma^2 = \frac{\sum F |x - \bar{x}|^2}{\sum F}$$

$$\text{Desviación estándar } \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

## • Datos agrupados

$$\text{Intervalos } \sigma \text{ Clase} = \sqrt{\sum F}$$

$$\text{Rango} = D_{\text{mayor}} - D_{\text{menor}}$$

$$M_k = \frac{LRS + LRI}{2} \text{ o } M_k = \frac{LS + LI}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum FM_k}{\sum F}$$

$$\tilde{x} = LRI + \left( \frac{\frac{n}{2} - F_{aa}}{F} \right) C$$

*→ total de datos*

$$\hat{x} = LRI + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

$$D.M = \frac{\sum [(M_k - \bar{x}) \cdot F]}{\sum F}$$

$$\sigma^2 \text{ Varianza} = \frac{\sum [(M_k - \bar{x})^2 \cdot F]}{\sum F}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

# Datos Ordenados

Medidas de Tendencia Central:

$$\text{Media } (\bar{x}) = \frac{\sum FD}{\sum F}$$

$$\text{Mediana } (\tilde{x}) = \frac{\sum F}{2} \text{ o } \frac{\sum F + 1}{2}$$

Moda ( $\hat{x}$ ) = El dato que mas se repite

Medidas de dispersión:

$$\text{Desviación media} = \frac{\sum F |x - \bar{x}|}{\sum F}$$

$$\text{Varianza } \sigma^2 = \frac{\sum F |x - \bar{x}|^2}{\sum F}$$

$$\text{Desviación estandar } \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

• Tabla de distribución

Datos	F. Absoluta <i>→ Frecuencia por dato</i>	F. Acumulada <i>→ se suman las frecuencias</i>	F. Relativa <i>→ <math>\frac{F_{abs}}{\text{total } F_{abs}}</math></i>	F. Relativa porcentual <i>→ <math>F_r \times 100</math></i>	F. d <i>→ Datos <math>F_{abs}</math></i>

$x - \bar{x}$ <i>→ media</i> Dato	$F  x - \bar{x} $ <i>→ Frecuencia</i> <i>→ Valor absoluto</i>	$ x - \bar{x} ^2$	$F  x - \bar{x} ^2$

Nota:

En el valor absoluto (|x|)  
no importa los signos  
Siempre se toma positivo.

Ejemplo:

Se midieron los pesos en kg. de un grupo de estudiantes de una escuela preparatoria y se obtuvieron estos resultados.

64	66	82	80	79	78	62	57	63	66
69	76	70	67	67	61	55	74	85	72
67	60	78	53	59	64	71	76	77	65
61	55	71	79	83	79	77	66	65	74
73	68	69	68	75					

Datos	F.Abs	F.AC	Fr	Fr %	f.d	$ x-\bar{x} $	$F x-\bar{x} $	$ x-\bar{x} ^2$	$F x-\bar{x} ^2$
53	1	1	0.022	2.2%	53	14.77	14.77	218.15	218.15
55	2	3	0.044	4.4%	110	12.77	25.54	163.07	326.14
57	1	4	0.022	2.2%	57	10.77	10.77	115.99	115.99
59	1	5	0.022	2.2%	59	8.77	8.77	76.91	76.91
60	1	6	0.022	2.2%	60	7.77	7.77	60.37	60.37
61	2	8	0.044	4.4%	122	6.77	13.54	45.83	91.66
62	1	9	0.022	2.2%	62	5.77	5.77	33.29	33.29
63	1	10	0.022	2.2%	63	4.77	4.77	22.75	22.75
64	2	12	0.044	4.4%	128	3.77	7.54	14.21	28.42
65	2	14	0.044	4.4%	130	2.77	5.54	7.67	30.69
66	3	17	0.066	6.6%	198	1.77	5.31	3.13	9.79
67	3	20	0.066	6.6%	201	0.77	2.31	0.59	1.77
68	2	22	0.044	4.4%	136	0.23	0.46	0.05	0.1
69	2	24	0.044	4.4%	138	1.23	2.46	1.51	3.02
70	1	25	0.022	2.2%	70	2.23	2.23	4.97	4.97
71	2	27	0.044	4.4%	142	3.23	6.46	10.43	20.86
72	1	28	0.022	2.2%	72	4.23	4.23	17.89	17.89
73	1	29	0.022	2.2%	73	5.23	5.23	27.35	27.35
74	2	31	0.044	4.4%	148	6.23	12.46	38.81	76.38
75	1	32	0.022	2.2%	75	7.23	7.23	52.21	52.21
76	2	34	0.044	4.4%	76	8.23	16.46	67.73	135.46
77	2	36	0.044	4.4%	154	9.23	18.46	85.19	170.38
78	2	38	0.044	4.4%	156	10.23	20.46	104.65	209.3
79	3	41	0.066	6.6%	237	11.23	33.69	126.11	378.33
80	1	42	0.022	2.2%	80	12.23	12.23	149.57	149.57
82	1	43	0.022	2.2%	82	14.23	14.23	202.49	202.49
83	1	44	0.022	2.2%	83	15.23	15.23	231.95	231.95
85	1	45	0.022	2.2%	85	17.23	17.23	296.87	296.87
	$\Sigma = 45$		$\Sigma = 0.968$		$\Sigma = 3050$				

$$\bar{x} = \frac{\sum F \cdot D}{\sum F}$$

$$\bar{x} = \frac{3050}{45}$$

$$\bar{x} = 67.77$$

Media: 66.77

Mediana:

Moda:

D.M:

D.E

σ:

Se le pregunta a 36 empleados su talla de calzado, y se obtuvieron los siguientes resultados.

23	24.5	24.5	25	26.5	24.5	27	24	25.5
25	23	26.5	26	26.5	23.5	23.5	24.5	25
26	24.5	23.5	23.5	24.5	25	25.5	26	23.5
24.5	26.5	25.5	26.5	24	26.5	26.5	26.5	25.5

Datos	FAbs	F Acumulada.	Fr	Fr %	Fed	$x - \bar{x}$	$F x - \bar{x} $	$ x - \bar{x} ^2$	$F x - \bar{x} ^2$
23	2	2	0.055	5.5%	46				
23.5	5	7	0.1388	13.88%	117.5				
24	2	9	0.055	5.5%	48				
24.5	7	16	0.1944	19.44%	171.5				
25	4	20	0.1111	11.11%	100				
25.5	4	24	0.1111	11.11%	102				
26	3	27	0.0833	8.33%	78				
26.5	8	35	0.2222	22.22%	212				
27	1	36	0.0277	2.77%	27				

# Datos Agrupados

Formulas:

Rango: D. Mayor - D. Menor

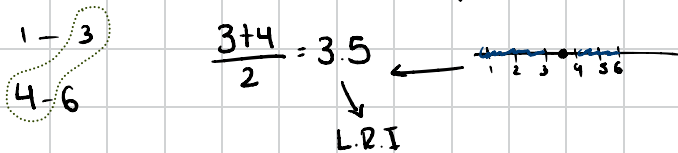
$$M_k = \frac{LRS + LRI}{2}$$

Intervalos:  $\sqrt{\sum F}$

Intervalos	Fabs	Fac	Limites Reales	M <sub>k</sub>	F M <sub>k</sub>	C	M <sub>k</sub> - $\bar{x}$	F M <sub>k</sub> - $\bar{x}$	M <sub>k</sub> - $\bar{x}$   <sup>2</sup>	F M <sub>k</sub> - $\bar{x}$   <sup>2</sup>

M<sub>k</sub> - M<sub>k</sub> ¿Que tan separados estan?  
 ↑  
 → valores absolutos.

Limites Reales: Valor exacto que marca el inicio y fin del intervalo



## Medidas de tendencia central

$$\bar{X} = \frac{\sum FM_k}{\sum F}$$

Clase modal: Intervalo que tiene más frecuencia.

Intervalo de la clase mediana

$$\frac{n}{2} \quad ( \quad )$$

$$\hat{X} = L.R.I + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

$$d_2 = f_{moda} - f_{post.}$$

$$d_1 = f_{moda} - f_{ant.}$$

$$\hat{X} = L.R.I + \left( \frac{n/2 - f_{aa}}{f} \right) C$$

↙ L.R.I. de la clase mediana  
 ↘ F.Ac anterior

# Medidas de dispersión

$$D.E = \frac{\sum F |M_k - \bar{x}|}{\sum F}$$

$$\text{Varianza} = \frac{\sum F |M_k - \bar{x}|^2}{\sum F}$$

$$D.M = \sqrt{S}$$

Ejemplo:

Intervalos	Fabs	Fac	Limites Reales	M <sub>k</sub>	F M <sub>k</sub>	C	M <sub>k</sub> - $\bar{x}$	F M <sub>k</sub> - $\bar{x}$
1-3	4	4	0.5 - 3.5	2	8	3	9.3	37.2
4-6	4	8	3.5 - 6.5	5	20	3	6.3	25.2
7-9	7	15	6.5 - 9.5	8	56	3	3.3	23.1
10-12	13	28	9.5 - 12.5	11	143	3	0.3	3.9
13-15	13	41	12.5 - 15.5	14	182	3	2.7	35.1
16-18	8	49	15.5 - 18.5	17	136	3	5.7	45.6
19-21	1	50	18.5 - 21.5	20	20	3	8.7	8.7
	<u>50</u>				$\sum = 565$			

$$\bar{X} = \frac{\sum F M_k}{\sum F} = 11.3$$

$$\bar{X} = \frac{565}{50} = 11.3$$

$$\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

26

Intervalo  
Clase  
mediana



10-12



10-12

$$\tilde{X} = L_i + \left( \frac{\frac{n}{2} - f_{a.g.}}{f} \right) C$$

Frecuencia  
abs. de la l.

acumulada  
anterior

$$\tilde{X} = 9.5 + \left( \frac{\frac{50}{2} - 15}{13} \right) 3$$

$$9.5 + \left( \frac{25 - 15}{13} \right) 3$$

$$9.5 + \left( \frac{10}{13} \right) 3$$

$$9.5 + 2.3 = \underline{11.8}$$

Clase modal (dato que  
máis se  
repite)

• 10 - 12

$$\text{Modo} = L_i + \left( \frac{d_2}{d_1 + d_2} \right) C$$

$$d_2 = f_{\text{moda}} - f_{\text{post}}$$

$$d_1 = f_{\text{moda}} - f_{\text{ant}}$$

$$d_1 = 13 - 7 = 6$$

$$d_2 = 0$$

(Modo<sub>1</sub>)

$$9.5 + \left( \frac{6}{6} \right) 3$$

$$= 9.5 + 3$$

$$= \underline{12.5}$$

(Modo<sub>2</sub>)

$$L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 - d_2} \right) C$$

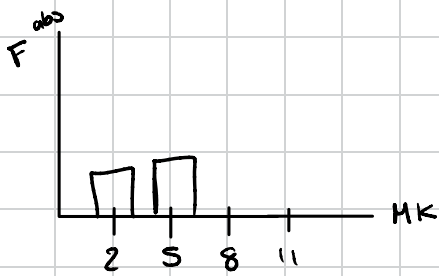
$$12.5 + \left( \frac{0}{0 + 5} \right) 5$$

$$12.5 + 0$$

$$= \underline{12.5}$$

# Graficas

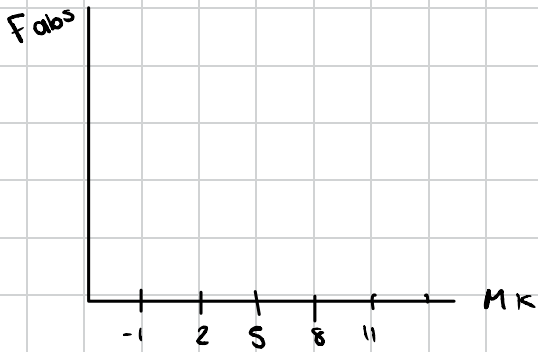
## ◦ Histogramas



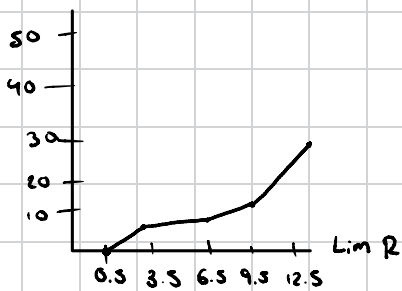
## ◦ Poligono de Igual Frecuencia?

No  
va la  
acumulada

→ debe cerrar en 0

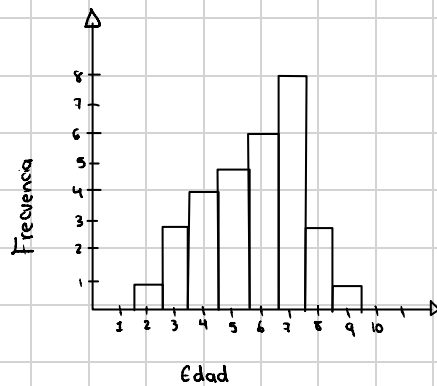


## ◦ Ojiva



## Ejercicios

1. Jessica trabaja en un puesto de helados. En cierta hora anota las edades de los niños que van con sus padres a comprar helado. El histograma muestra esta información.



a) ¿Cuántos niños fueron al puesto de helados en esa hora?

R: 31 niños

b) Si se elige uno al azar, ¿qué edad es más probable que tenga?

R: 7 años

c) ¿Cuál es la edad promedio de los niños que acudieron a la heladería?

$$\bar{X} = \frac{\sum F \cdot D}{\sum F}$$

$$\bar{X} = \frac{177}{31} = 5.7 \text{ años}$$

Edad	Frecuencia	F·D
2	1	2
3	3	9
4	4	16
5	5	25
6	6	36
7	8	56
8	3	24
9	1	9
	$\Sigma = 31$	$\Sigma = 177$

# Técnicas de conteo

y = multiplicar o sumo

Permutación

Combinación

## Permutación

- Casillero
- Formula

$$P_{n,c} = nPr$$

↓  
total  
elementos.

Se tienen esferas marcadas con los # 2, 3, 5, 6, 7, 9. Calcula de cuántas maneras podemos formar # de 3 cifras distintas

- No hay condición
- Deben ser múltiplos de 5
- Deben ser números pares
- Deben ser mayores de 600 <sup>Prto.</sup> menores 800

a)  $\underline{6} \quad \underline{5} \quad \underline{4}$

$$(6)(5)(4) = 120 \text{ maneras}$$

a)

$$6 \text{ shif } nPr 3 = 120$$

b)  $\underline{5} \quad \underline{4} \quad \underline{\frac{1}{5}}$

$$(5)(4)(1) = 20 \text{ maneras}$$

b)  $5P2 = 20$

c)  $\underline{5} \quad \underline{4} \quad \underline{2} \rightarrow \text{solo utilizo 1}$

$$(5)(4)(2) = 40 \text{ maneras}$$

c)  $P_{5,2} P_{2,1} = 40$

$$d) \quad \underline{5} \quad \underline{4} \quad \underline{4} = 80 \quad P_{3,2} \quad P_{4,1}$$

$$c) \quad \underline{2} \quad \underline{5} \quad \underline{4} \\ (2)(5)(4) = 40$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \underline{5} \underline{4} = 20 \\ \frac{1}{6} \underline{5} \underline{4} = 20 \\ \hline 40 \end{array} \right.$$

2. Cuantos digitos de 3 cifras se pueden formar con los numeros: 0, 2, 3, 4, 5, 7 y 9, si el 0 no puede ser el primer digito.

a) No hay condicion = 180 maneras

b) Son multiples de 5 = 55 maneras

c) Son mayor de 300 pero menor de 800 = 120 maneras

d) Deben ser pares. = 80 maneras.

$$a) \quad \underline{6} \quad \underline{6} \quad \underline{5} = 180$$

$$b) \quad \begin{array}{r} \underline{6} \quad \underline{5} \quad \frac{1}{0} = 30 \\ + \\ \underline{5} \quad \underline{5} \quad \frac{1}{5} = 25 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$c) \quad \underline{4} \quad \underline{6} \quad \underline{5} = 120$$

$$d) \quad \begin{array}{r} \underline{6} \quad \underline{5} \quad \frac{1}{0} = 30 \\ + \\ \underline{5} \quad \underline{5} \quad \frac{1}{2} = 25 \\ + \\ \underline{5} \quad \underline{5} \quad \frac{1}{4} = 25 \\ \hline 80 \end{array}$$



En una exhibición de libros, hay 8 libros de C. Naturales, 5 de matemáticas, 3 de sociales. Los quieren ordenar de la siguiente manera.

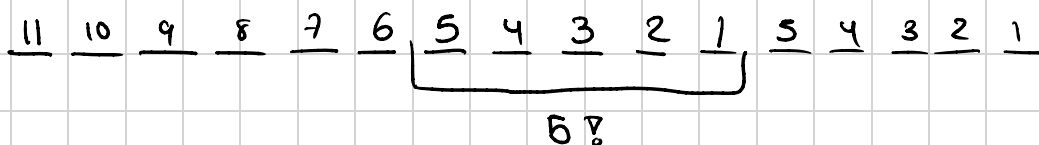
a) Si no hay condición  $16!$

b) Los de igual asignatura van siempre juntos.

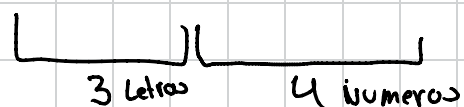
$$\boxed{12345678} \quad \boxed{12345} \quad \boxed{321} \quad 3! =$$

$\begin{matrix} \text{C.N} \\ 8! \end{matrix}$ 
 $\begin{matrix} \text{M} \\ 5! \end{matrix}$ 
 $\begin{matrix} \text{S} \\ 3! \end{matrix}$

c) Los de mate siempre van en medio  $5! \cdot 6! = 4790016000$



Las placas de los autos utilizan 3 letras distintas seguidas por 4 números diferentes. ¿Cuántas placas se pueden formar utilizando 27 letras distintas y 10 dígitos.



$$27P_3 \times 10P_4 = 88452000$$

$$17550 \quad 5040$$

# Combinaciones

Se emplea cuando se quiere seleccionar objetos sin importar el orden

Palabras Claves:

- Seleccionar, elegir, escoger, sacar de 1 en 1, formar un comité o una comisión

Ejemplo

Para escoger un número de vacantes el jefe de personal de una empresa tiene que elegir a 3 secretarías de 10 solicitantes y 2 contadores de 5 solicitantes ¿De cuántas maneras se puede cubrir las vacantes?

$$\begin{array}{ccc} \text{Secretarías} & & \text{Contadores} \\ C_{10,3} & \times & C_{5,2} = 1200 \text{ maneras.} \end{array}$$

De los 20 empleados de una empresa 12 hombres y 8 mujeres se van a seleccionar 1 grupo de 4 de ellos para integrar una comisión de capacitación. Calcular de cuántas maneras se puede seleccionar.

a) Debe haber al menos 1 hombre R: 4775 maneras.

b) Debe haber al menos 1 mujer R: 4350 maneras.

$$a) C_{12,1} \times C_{8,3} = 672$$

$$C_{12,2} \times C_{8,2} = 1848$$

$$+ C_{12,3} \times C_{8,1} = 1760$$

$$C_{12,4} = 495$$

---

$$4775$$

$$o \quad C_{20,4} - C_{8,4} = 4775$$

$$b) C_{20,4} - C_{12,4} = 4350$$

En la selección de danza de la escuela hay 12 mujeres y 10 hombres, se va a elegir aleatoriamente a 6 de ellos para que participen en un taller avanzado de danza que ofrece una prestigiosa Academia de cuantas maneras se puede hacer esto si.

- a) Solamente mujeres = 924 formas  ${}^{12}C_6$   
 b) 3 mujeres y 3 hombres = 26400 formas  ${}^{12}C_3 \cdot {}^{10}C_3$   
 c) Por lo menos 1 hombre = 73683 formas  ${}^{22}C_6 - {}^{12}C_6$

2. ¿Cuántas contraseñas de 5 letras distintas se pueden formar con todas las letras de la palabra "Centrifugado"?  
 ${}^{12}C_5 = 792$  formas.

3. Juan entra a la librería virtual para comprar 3 libros sobre estadística y ve que hay 10 libros que le podrían ser de utilidad, de cuantas formas podía comprar los 3 libros si:

- a) No hay condición = 120 formas  
 b) Hay 2 libros que solo se venden juntos =  $\boxed{\begin{matrix} 1, 2 \\ 1 \end{matrix}}$

↓  
 2 casos

1) No compro ninguno de los 2  ${}^8C_3 = 56$   
 2) Compro los 2  ${}^2C_2 \cdot {}^8C_1 = 8$   
 + = 64 formas.

4. Entre los miembros de un club deportivo hay 10 personas que practican tenis, 24 natación y 18 que practican yoga, de cuantas formas se puede formar un comité de 12 personas. Si debe haber 4 miembros de cada disciplina.

${}^{10}C_4 \cdot {}^{24}C_4 \cdot {}^{18}C_4 = 6828267600$  maneras.  
 ${}^{210}C_4 = 10626 \cdot 3060$

5. El Ce universitario de la Uady está compuesto por 58 miembros de los cuales 38 están a favor de cierto proyecto que quiere iniciar la Uady. El presi. del concejo va a seleccionar a 8 miembros para formar 1 comité de cuantas formas se puede realizar si:

- a) Ninguno de los 8 está a favor del proyecto  ${}^{20}C_8$   
 b) La mitad están a favor de proyecto  ${}^{38}C_4 \cdot {}^{58}C_4$   
 c) Los 8 deben tener la misma op. 2 casos  ${}^{38}C_4$  o  ${}^{20}C_8$   
 d) Al menos 1 a favor.  ${}^{58}C_8 - {}^{20}C_8$

Los alumnos de una escuela preparatoria que obtuvieron primeros lugares en la paraolimpiadas de matemáticas, física y biología. fueron 3, 4 y 2 respectivamente. La dirección tomará una foto para subirla a las redes sociales de la escuela. Si los alumnos deben sentarse en fila. Determina cuantas maneras si...

a) Los de misma area deben ir juntos. = 1728 maneras.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{mate} & \text{Física} & \text{Biología} \\
 \boxed{3\ 2\ 1} & \boxed{4\ 3\ 2\ 1} & \boxed{2\ 1} \\
 3! & 4! & 2!
 \end{array}
 \quad 3!$$

b) Solo los de matemáticas deben estar juntos =

$$\begin{array}{cccccc}
 \text{mate} & & & & & \\
 \boxed{3\ 2\ 1} & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\
 3! & - & - & - & - & - & - \\
 1 & + & 6 & = & 7 & & \\
 3! & \cdot & 7! & = & & & 
 \end{array}$$

Un grupo de 5 hombres y 4 mujeres acuden al cine y se sientan en 1 fila. Calcular las maneras en que pueden sentarse si:

a) No hay condición

b) Las mujeres deben estar juntas

c) Deben intercalarse hombres con mujeres.

d) Dos hombres específicos deben ir juntos

e) Dos de las mujeres no se llevan, así que no pueden sentarse juntas.

a)  $9! = 362880$

b)  $\boxed{4321}$ , 5 hombres.  
1 función

$6! \cdot 4! = 17280$

c)  $\frac{5}{H} \frac{4}{M} \frac{4}{H} \frac{3}{M} \frac{3}{H} \frac{2}{M} \frac{2}{H} \frac{1}{M} \frac{1}{H} = 3600$

d)  $8! \cdot 2! = 80640$   
 $\frac{H}{\boxed{21}} + 3h + 4m = 8p$

e)  $9! - (8! \cdot 2!) = 282240$   
 $9! - 80640$

En una urna hay 4 bolas azules, 5 bolas rojas y 3 verdes. Se van a seleccionar 3 bolas al azar, calcula de cuántas formas puede hacerse eso si:

a) No hay condición.

$12C3 = 220$

b) Las 3 deben ser rojas.

$5C3 = 10$

c) Deben ser una de cada color.

$4C1 \cdot 5C1 \cdot 3C1 = 60$

d) La mayoría deben ser rojas.

$5C2 \cdot 7C1 = 10 + 10 = 20$

$5C3 = 10$

e) al menos una debe ser azul.

$4C1 \cdot 8C2 = 112 + 4C2 \cdot 8C1 + 4C3 = 164$  / Total -  $\frac{Cero}{azul}$

f) al menos una debe ser verde.

$3C1 \cdot 9C2 = 108$

$12C3 - 8C2 = 164$

Orden específicas  $\rightarrow$  casillas.

Ordenar objetos todos los objeto  $\rightarrow n!$

Solo quiero ordenar algunos  $\rightarrow nP_k$

Se tiran dos dados al azar, determina las formas de que la suma de los puntos sea impar.

Dado 2	1	2	3	4	5	6
6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7

Impar

I + P

$$3 \cdot 3 = 9$$

P + I

$$3 \cdot 3 = 9$$

$$9 + 9 = 18$$

18

36

# Probabilidad Clásica

Es la forma básica de calcular la probabilidad que ocurre un evento cuando todos los resultados posibles tienen la misma oportunidad de suceder.

$$\text{Fórmula: } P(A) = \frac{\text{Casos Favorables}}{\text{Casos Posibles.}}$$

Ejercicios:

En una caja que tiene 9 pelotitas marcadas del 1-9, se seleccionan 2 pelotitas al azar y se observan los números que aparecen. Calcula la probabilidad de que ...

a) Los números sean pares.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\frac{C_{4,2}}{C_{9,2}} = 0.16$$

b) Los números sean impares

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\frac{C_{5,2}}{C_{9,2}} = 0.27$$

En una bolsa hay 4 bolas negras y 6 bolas blancas. Si sacas una al azar ¿cuál es la probabilidad de que no sea negra?

$$\frac{6}{10} = 0.6$$